


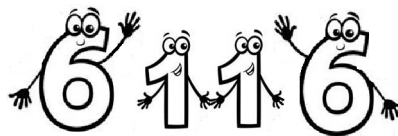
2ª FASE - I OLIMPÍADA ALEGRENSE DE MATEMÁTICA - OAMAT 2023

NÍVEL 1 - 6º E 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

	Nome completo: _____
	Série: _____ Escola: _____

Questão 1: Um número inteiro positivo é chamado de palíndromo quando é o mesmo se lido da direita pra esquerda ou da esquerda pra direita.

Por exemplo, o número 6116 é um palíndromo, assim como o número 474, mas os números 123 e 404578 não são palíndromos.



a) Dê exemplo de um palíndromo de 5 dígitos e um exemplo de um palíndromo de 6 dígitos.

Existem centenas de palíndromos com 5 dígitos, por exemplo: 11111, 12321, 97379, 45554, 82828, 70607, ...

Existem também centenas de palíndromos com 6 dígitos, por exemplo: 444444, 122221, 123321, 950059, 671176, 388883, ...

b) Escreva o maior e o menor palíndromo de 3 dígitos.

Observe que qualquer número cujos dígitos são todos iguais é um palíndromo. Logo o maior palíndromo de 3 dígitos é aquele que tiver em cada um de seus dígitos o maior dos algarismos. Portanto o maior palíndromo de três dígitos é 999

Note ainda, que em um palíndromo de 3 dígitos, obrigatoriamente devemos ter o primeiro e o último dígitos iguais. Já o segundo dígito pode ser qualquer algarismos de 0 a 9. Sendo assim, o menor algarismo que pode ocupar o primeiro e o terceiro dígito é o 1, enquanto o menor que pode ocupar o segundo dígito é o 0. Portanto, o menor palíndromo de três dígitos é 101

c) Quantos palíndromos existem de 2 dígitos? E de 3 dígitos?

Observe que todo palíndromo de 2 dígitos é da forma YY, ou seja, seus dois dígitos devem ser iguais. Portanto existem 9 palíndromos de 2 dígitos: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 e 99.

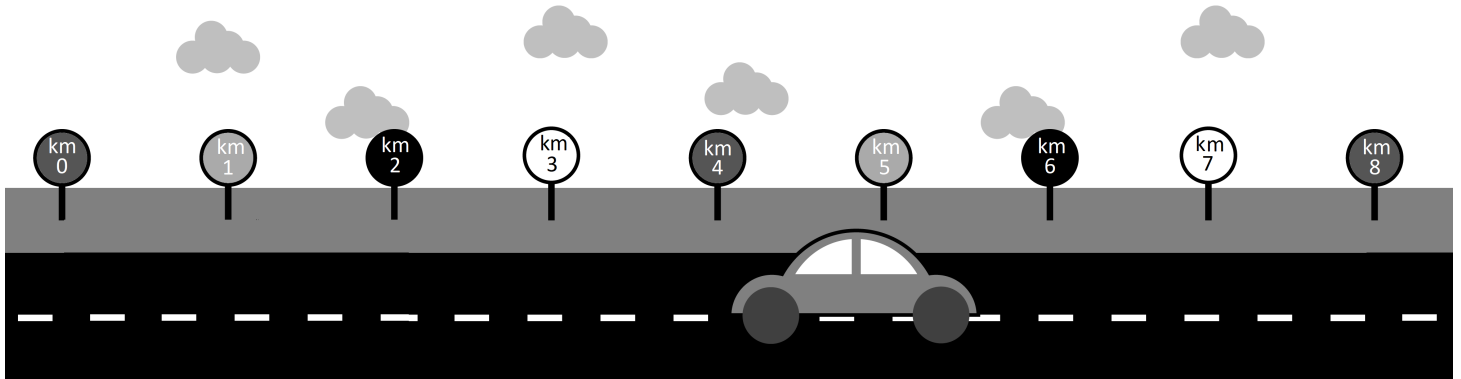
Observe que todo palíndromo de 3 dígitos deve ter o primeiro e último dígitos iguais. Existem 10 palíndromos onde o primeiro e o último dígitos são iguais a 1: 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191. Existem também 10 palíndromos onde o primeiro e o último dígito são iguais a 2: 202, 212, 222, 232, 242, 252, 262, 272, 282, 292, e assim por diante até o caso onde o primeiro e o último dígitos são iguais a 9. Portanto, existem no total $9 \cdot 10 = 90$ palíndromos de 3 dígitos.

d) Lauro gosta muito de pedalar, e usa um aplicativo para marcar sua distância percorrida em cada pedalada. Quando olhou hoje o aplicativo, viu que no total já pedalou 4774 km e percebeu que esse número é um palíndromo e pensou “acho que vai demorar muito para ocorrer isso novamente”. Quantos quilômetros Lauro tem que pedalar para que ocorra o próximo palíndromo?



O próximo palíndromo depois do 4774 ocorre quando o segundo e terceiro dígitos forem iguais novamente e isso ocorrerá quando ambos forem iguais a 8, isto é, quando Lauro tiver pedalado 4884 km. Portanto Lauro deve pedalar $4884 - 4774 = 110$ km.

Questão 2: Pedro está realizando uma viagem de carro na fictícia cidade de Brasilândia, onde há placas na estrada a cada quilômetro.



a) Seu ponto de partida foi na placa do quilômetro 736 (km 736) e o ponto final de sua viagem na placa do quilômetro 2452 (km 2452). Qual a distância total percorrida por Pedro?

A distância total percorrida por Pedro foi de $2452 - 736 = 1716$ km.

b) Se seu carro consome 1 litro de gasolina a cada 13 quilômetros percorridos, e o preço da gasolina é de 6 reais o litro, quanto Pedro gastou com gasolina (em reais) nessa viagem?

Como seu carro consome 1 litro a cada 13 quilômetros percorridos, e Pedro percorreu 1716 km, então seu carro gastou $1716 \div 13 = 132$ litros.

Com o preço da gasolina a 6 reais o litro, Pedro gastou $132 \cdot 6 = 792$ reais nessa viagem.

c) As placas da Brasilândia são coloridas da seguinte forma: A placa do km 0 é verde, a placa do km 1 é amarela, a placa do km 2 é azul, do km 3 branca, do km 4 verde, do km 5 amarela, do km 6 azul, do km 7 branca, do km 8 verde, e assim por diante. Qual a cor da placa do ponto final da viagem de Pedro?

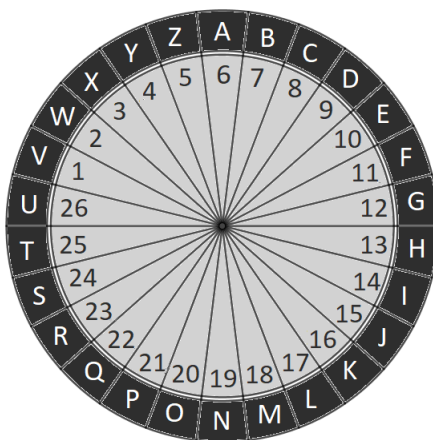
Observe que a cada 4 quilômetros as placas repetem as cores. As placas verdes são nos quilômetros 0, 4, 8, 12, 16, ..., ou seja, nos múltiplos de 4.

A viagem de Pedro termina no quilômetro 2452, que é um múltiplo de 4, pois $2452 = 4 \cdot 613$, portanto a placa do km 2452 é verde.

d) Na viagem de volta Pedro esqueceu de abastecer e o combustível de seu carro acabou. Ele pegou uma garrafa e levou até o posto para colocar gasolina. Ele encheu $\frac{3}{4}$ da garrafa, e transferiu para o tanque do carro, enchendo $\frac{1}{16}$ do tanque. Pedro precisaria de no mínimo quantas garrafas cheias para encher seu tanque?

Como $\frac{3}{4}$ da garrafa enche $\frac{1}{16}$ do tanque, Pedro precisa de 16 vezes essa quantidade para encher o tanque todo de seu carro. Portanto ele irá precisar de $16 \cdot \frac{3}{4} = \frac{48}{4} = 12$ garrafas cheias para encher o tanque.

Questão 3: Um método para codificar palavras consiste em escolher um número de 1 a 26, chamado **chave** do código, e girar o disco interno do aparelho ilustrado na figura até que essa chave corresponda à letra A. Depois disso, as letras da palavra são substituídas pelos números correspondentes, separados por traços. Por exemplo, na figura abaixo a **chave** do código é 6, e a palavra PAIS é codificada como 21-6-14-24.

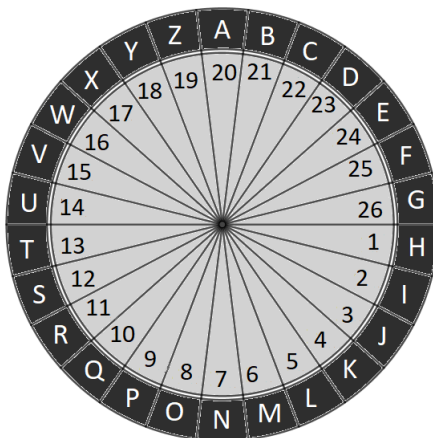


a) Usando a chave indicada na figura, descubra qual palavra foi codificada como 24-26-8-26-23-14.

Como a chave utilizada foi a mesma da figura acima podemos aproveitá-la. Pela figura vemos que 24 corresponde a letra S, 26 corresponde a letra U, 8 corresponde a letra C, 23 corresponde a letra R e 14 corresponde a letra I.

Portanto a palavra codificada foi SUCURI.

b) Codifique a palavra OAMAT usando a **chave** 20.



Fazendo uma figura semelhante a do enunciado, porém com a chave 20, vemos que O = 8, A = 20, M = 6, A = 20 e T = 13.

Portanto, codificando a palavra OAMAT utilizando a chave 20, obtemos 8-20-6-20-13.

c) Bento codificou uma palavra com 4 letras com a **chave** 20, mas esqueceu-se de colocar os traços e escreveu 2620138. Ajude Bento, colocando os traços que ele esqueceu e depois escreva a

palavra que ele codificou.

Colocando os traços que Bento esqueceu, vemos que a única possibilidade é 26-20-13-8 (devemos lembrar que não podem ocorrer números maiores do que 26).

Utilizando a chave 20, vemos que 26 corresponde a letra G, 20 corresponde a letra A, 13 corresponde a letra T e 8 corresponde a letra O.

Portanto a palavra codificada por Bento foi GATO.

d) Em uma outra chave, a soma dos números que representam as letras E, F e G é 60. Qual é essa chave?

Como E, F e G são letras seguidas, devemos encontrar três números inteiros seguidos cuja soma seja 60.

Se chamarmos o primeiro número de x , o segundo é $x + 1$ e o terceiro $x + 2$, daí

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 60$$

$$3x + 3 = 60$$

$$3x = 60 - 3 = 57$$

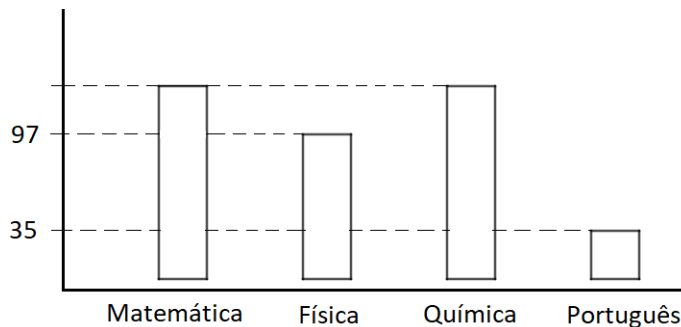
$$3x = 57$$

$$x = 19$$

Portanto $E = 19$. Daí obtemos que $D = 18$, $C = 17$, $B = 16$ e $A = 15$. Então a chave do código é 15.

Questão 4: Determinada empresa de estatística fez recentemente três pesquisas.

a) Na primeira pesquisa perguntou a 400 pessoas qual disciplina que elas gostam mais: Matemática, Português, Física ou Química. Com os dados das respostas, montou-se o seguinte gráfico, dado na figura abaixo.



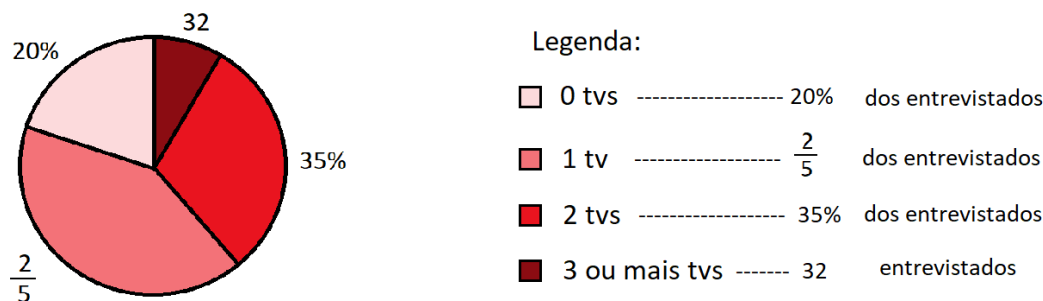
Qual a quantidade de pessoas que respondeu Matemática?

Pelo gráfico acima, vemos que dos 400 entrevistados 35 responderam Português e 97 Física.

Portanto sobraram $400 - 35 - 97 = 268$ entrevistados que responderam Matemática ou Química.

Olhando novamente o gráfico, vemos que o número de entrevistados que responderam Matemática é igual ao número de entrevistados que responderam Química, portanto $268 \div 2 = 134$ pessoas responderam Matemática.

b) Na segunda pesquisa perguntou a outras pessoas quantas TVs cada uma tinha em casa. Com os dados das respostas, montou-se o seguinte gráfico, dado na figura abaixo.



Quantas pessoas foram entrevistadas? E quantas pessoas tinham 2 TVs em casa?

Observe que $\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$ (ou seja, 40%) e como

$$20\% + 40\% + 35\% = 95\%,$$

então os 32 entrevistados que possuem 3 ou mais TVs correspondem a

$$100\% - 95\% = 5\%$$

do total.

Como 32 pessoas correspondem a 5% do total, então foram entrevistados $32 \cdot 20 = 640$ pessoas.

Os entrevistados que possuem 2 TVs correspondem a 35% do total, ou seja, 35% de 640, que são

$$\frac{35}{100} \cdot 640 = 224$$

pessoas.

c) Na terceira pesquisa perguntou a 748 pessoas qual tipo de chocolate que elas gostam mais: branco, ao leite ou amargo. O número de pessoas que responderam amargo é 20 a menos dos que responderam branco e o número de pessoas que responderam ao leite é o dobro dos que responderam branco. Quantos entrevistados responderam ao leite?

Vamos denotar por x a quantidade de pessoas que responderam que gostam mais do chocolate branco. Então a quantidade de pessoas que preferem chocolate amargo é $x - 20$ e a quantidade de pessoas que preferem chocolate ao leite é $2x$.

Como o total de entrevistados foi de 748 pessoas, então

$$(x - 20) + x + 2x = 748$$

$$4x = 748 + 20$$

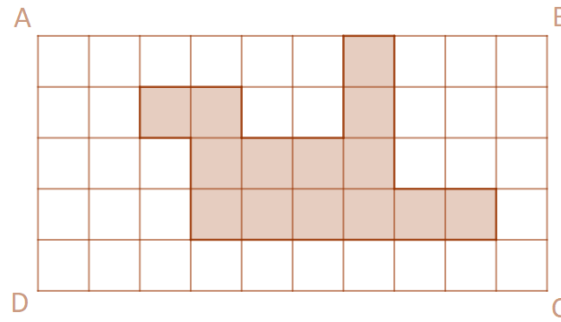
$$4x = 768$$

$$x = \frac{768}{4}$$

$$x = 192$$

O número de pessoas que responderam ao leite foi $2x$, portanto $2 \cdot 192 = 384$ dos entrevistados gostam mais de chocolate ao leite.

Questão 5: O retângulo ABCD da figura abaixo é formado por 50 quadrados pequenos. A medida do perímetro da figura pintada é de 48 metros.



a) Qual a medida do perímetro do retângulo ABCD?

Observe que a figura pintada acima é formada por 24 lados de quadrados pequenos. Como seu perímetro é 48 metros, concluímos que o lado de cada quadrado mede $48 \div 24 = 2$ metros.

Temos que o retângulo ABCD é formado por 30 lados de quadrados pequenos, e cada lado mede 2 metros. Portanto, o perímetro do retângulo ABCD é $30 \cdot 2 = 60$ metros.

b) Sabendo que a área de um quadrado é dado por $A = L \cdot L$, onde L é a medida do lado do quadrado, calcule a área da figura pintada.

A área de cada quadrado pequeno é $A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2$.

Como a figura pintada é formada por 14 quadrados pequenos, então sua área total é de $14 \cdot 4 = 56 \text{ m}^2$.

c) Pintando um ou mais quadrados menores, podemos aumentar a área da figura pintada, sem mudar o seu perímetro. Na figura abaixo pinte um ou mais quadrados menores de forma a acontecer isso.

Existem algumas formas de se fazer isso, um exemplo está mostrado na figura abaixo, onde o quadrado pintado está destacado em vermelho.

